

1. Vorwort

Unsere Sicht des Faches Mathematik

1.1 Die bildende Kraft des Mathematikunterrichts

Das Fach Mathematik gehört innerhalb des Fächerkanons des Gymnasiums sicherlich zu jenen Fächern, die in der öffentlichen Diskussion um die Qualitätsentwicklung in den Schulen eine zentrale Rolle spielen. Es verwundert nicht, dass die Mathematik in den nationalen und internationalen Vergleichsstudien (VERA, MARKUS, TIMMS, PISA) einen breiten Raum einnimmt und die Leistungen der Schülerinnen und Schüler in diesem Fach als wichtiger Gradmesser schulischer Qualitätsarbeit insgesamt angesehen werden.

Dabei wird die bildende Kraft des Mathematikunterrichts in besonderer Weise in der Entwicklung und Förderung der Problemlösungskompetenz gesehen.

So schulen die Anforderungen an Abstraktion und Exaktheit das systematische und logische Denken sowie das kritische Urteilen der Schülerinnen und Schüler. H. Meschkowski weist zu recht auf diese bildende Kraft hin, die gerade an einer kirchlichen Schule ein wichtiges Element der Erziehung ist:

„Die mancherlei Ideologien unserer Zeit leben doch von der durchaus ungesicherten Verallgemeinerung von Teilwahrheiten zu einem universalen Gesetz, und sie halten ihre aus irgendeiner Denkgewohnheit stammende Grundkonzeption für eine Denknötwendigkeit. Wer aber in der mathematischen Arbeit immer wieder auf die Einsicht stößt, dass man nicht ungesichert verallgemeinern darf und dass allzu allgemeine Begriffsbildungen zu Antinomien führen, wird gegenüber aller dogmatischen Versteifung skeptisch sein.“ (H. Meschkowski: Mathematik verständlich dargestellt. 1986, S. 382f.)

Zum Bildungsbegriff einer kirchlichen Schule gehört ebenso ein aufgeklärtes Verständnis von Wissen und Erkenntnis. Der Mathematikunterricht hat auch die Aufgabe, Schülerinnen und Schüler wissenschaftstheoretisch und erkenntnistheoretisch zu einer differenzierten Auffassung bzgl. der mathematisch-naturwissenschaftlichen Rationalität zu führen. Gerade die Ergebnisse in der mathematischen Grundlagenforschung (z.B. der [Gödelsche Unvollständigkeitssatz](#)) sind in ihrer philosophischen Konsequenz von hoher Bedeutung, da sie die grundsätzlichen Grenzen des menschlichen Denkens aufweisen. Bildung heißt im Sinne der cusanischen „docta ignorantia“ an einer kirchlichen Schule auch, zu wissen, was man nicht weiß.

In der neueren Mathematikdidaktik wird die Mathematik als Wissenschaft mit Anwendungen in vielen Bereichen unserer technisierten und ökonomisierten Welt verstanden, so dass der Mathematikunterricht durch Einbeziehung von Realitätsbezügen und Modellierungsbeispielen die berufliche Orientierung der Schülerinnen und Schüler fördern soll.

Neben diesem Anwendungsaspekt hat die Mathematik aufgrund ihrer Ästhetik einen ganz eigenen Wert, den Schülerinnen und Schüler durch das selbständige Entdecken von mathematischen Zusammenhängen oder die Entwicklung und das Nachvollziehen eines eleganten Beweises selbst erleben können. Insofern ist die Mathematik, auch in ihrer historischen Dimension, ein universelles Kulturgut.

1.2 Kompetenzorientierter Mathematikunterricht

Grundlage für den Mathematikunterricht am Johannes-Gymnasium bilden die [Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz](#). Sie legen ein Kompetenzniveau fest, das Schülerinnen und Schüler am Ende der 10. Jahrgangsstufe erreicht haben sollen. Das Kompetenzmodell der KMK umfasst folgende allgemeinen mathematischen Kompetenzen:

(K 1) Mathematisch argumentieren

Dazu gehört:

- Fragen stellen, die für die Mathematik charakteristisch sind („Gibt es ...?“, „Wie verändert sich...?“, „Ist das immer so ...?“) und Vermutungen begründet äußern,
- mathematische Argumentationen entwickeln (wie Erläuterungen, Begründungen, Beweise),
- Lösungswege beschreiben und begründen.

(K 2) Probleme mathematisch lösen

Dazu gehört:

- vorgegebene und selbst formulierte Probleme bearbeiten,
- geeignete heuristische Hilfsmittel, Strategien und Prinzipien zum Problemlösen auswählen und anwenden,
- die Plausibilität der Ergebnisse überprüfen sowie das Finden von Lösungsideen und die Lösungswege reflektieren.

(K 3) Mathematisch modellieren

Dazu gehört:

- den Bereich oder die Situation, die modelliert werden soll, in mathematische Begriffe, Strukturen und Relationen übersetzen,
- in dem jeweiligen mathematischen Modell arbeiten,
- Ergebnisse in dem entsprechenden Bereich oder der entsprechenden Situation interpretieren und prüfen.

(K 4) Mathematische Darstellungen verwenden

Dazu gehört:

- verschiedene Formen der Darstellung von mathematischen Objekten und Situationen anwenden, interpretieren und unterscheiden,
- Beziehungen zwischen Darstellungsformen erkennen,
- unterschiedliche Darstellungsformen je nach Situation und Zweck auswählen und zwischen ihnen wechseln.

(K 5) Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Dazu gehört:

- mit Variablen, Termen, Gleichungen, Funktionen, Diagrammen, Tabellen arbeiten,
- symbolische und formale Sprache in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt,
- Lösungs- und Kontrollverfahren ausführen,
- mathematische Werkzeuge (wie Formelsammlungen, Taschenrechner, Software) sinnvoll und verständlich einsetzen.

(K 6) Kommunizieren

Dazu gehört:

- Überlegungen, Lösungswege bzw. Ergebnisse dokumentieren, verständlich darstellen und präsentieren, auch unter Nutzung geeigneter Medien,
- die Fachsprache adressatengerecht verwenden,
- Äußerungen von anderen und Texte zu mathematischen Inhalten verstehen und überprüfen.

2. Sicherung von Grundwissen

Sicherung und Wiederholung von Grundwissen erfolgen unter anderem durch die Bearbeitung der „bleib fit“ – Aufgaben des Lehrwerks sowie durch gelegentlichen Einsatz von Wiederholungsaufgaben in Vertretungsstunden (s. Vertretungsordner der Fachschaft). Im Fachschaftsordner (MNS+) befindet sich eine Sammlung von Wiederholungsaufgaben sowie eine Linksammlung.

Zu Vereinbarungen über Mindeststandards (Ende Klasse 6/8/10) siehe unten.

3. Förderung

In Klasse 6 werden begabte Sch. während einer Unterrichtsstunde pro Schulwoche differenziert gefördert, schwächere Sch. haben die Gelegenheit an einer unterstützenden AG teilzunehmen.

Die Schüler werden in ihrer Teilnahme an Wettbewerben im Rahmen einer AG unterstützt.

Wettbewerbe:

Geschlossen:

Klasse 5 bis 7 : Känguru-Wettbewerb

Klasse 10: Mathematik ohne Grenzen

Freiwillig:

Ab Klasse 5: Mathematikolympiade

Klasse 8: Landeswettbewerb (1. Runde),

Klasse 9: Landeswettbewerb (2. Runde)

Ab Klasse 10: Bundeswettbewerb Mathematik

4. Elektronische Medien

Ende von Klasse 7:

Einführung eines Taschenrechners, im Unterricht allerdings restriktive Nutzung (z.B. bei anwendungsbezogenen Aufgaben).

Kompetenzen am Ende von Klasse 8:

Tabellenkalkulation: Eingabe von Formeln, Erstellen von Diagrammen/Graphen, relativer und absoluter Tabellenbezug

Dynamische Geometriesoftware: Grundkenntnisse (z.B. geometrische Konstruktionen)

Kompetenzen am Ende von Klasse 10:

Tabellenkalkulation: Verwenden von Wenn-dann-Formulierungen

Dynamische Geometriesoftware: Eingabe von Funktionen mit Parametern

5. Methoden

Beitrag zum schulischen Methodencurriculum:

Klasse 5/6:

Umgang mit Tabellen und Diagrammen

Intuitives Begründen

Vorgeschlagene Lernzirkel/Stationenlernen:

Klasse 5: Größen

Klasse 6: Kreis und Winkel

Klasse 7: Prozentrechnung

Klasse 8: binomische Formeln

Klasse 9: Pythagoras

Klasse 10: Kegel und Kugel

6. Leistungsbeurteilung

Bewertungsschema für Klassenarbeiten in der Sek I:

Prozent der Rohpunkte	Notenbereich
≤ 20	Ungenügend
< 45	Mangelhaft
< 60	Ausreichend
< 75	Befriedigend
< 90	Gut
≥ 90	Sehr gut

Parallelarbeiten in den Jahrgangsstufen 5 und 7 (2. Halbjahr)

7. Mindeststandards

Grundsätzlich orientieren wir uns an den Inhalten bzw. der Stoffverteilung des eingeführten Schulbuchs.

Mindeststandards für die Klassenstufen 5/6

1) Die Schüler sollen mit natürlichen Zahlen rechnen können, d.h.

- große natürliche Zahlen kennen, vergleichen, ordnen und runden können
- Strecken-, Säulen- und Bilddiagramme lesen und erstellen können (Anwendungen in Excel)
- natürliche Zahlen addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren können

2) Die S. sollen

- Bruchzahlen erweitern, kürzen, addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren können

- dezimale Schreibweise für Bruchzahlen kennen
- mit Dezimalzahlen rechnen können

3) Die S. sollen

- die Fachausdrücke wie Summe, Summand, Produkt usw. kennen
- Rechengesetze wie Kommutativ-, Assoziativ-, und Distributivgesetze im Zusammenhang mit vorteilhaftem Rechnen kennen und anwenden können
- Näherungswerte für Rechenergebnisse durch Überschlag bestimmen können
- mehrgliedrige Terme mit den bekannten Regeln (Punkt- vor Strichrechnung und Klammer zuerst) lösen können
- Texte der Form „die Summe der Zahlen.... soll durch die Differenz der Zahlen....“ in einen Term übersetzen und lösen können und umgekehrt
- korrekten Umgang mit dem Gleichheitszeichen beherrschen

4) Die S. sollen

- die Begriffe Potenz, Basis und Exponent kennen und Potenzen berechnen
- Quadratzahlen können

5) Die S. sollen

- Teiler und Vielfache einer Zahl bestimmen können
- Teilbarkeitsregeln beherrschen

6) Die S. sollen

- geometrische Grundbegriffe wie Punkt, Strecke, Halbgerade, Gerade kennen
- zueinander parallele bzw. zueinander senkrechte Geraden zeichnen können
- Abstände (Punkt - Gerade; Gerade - Gerade) bestimmen können
- Eigenschaften der Vierecke: Rechteck, Quadrat, Parallelogramm, Raute und Drachen benennen können
- Punkte in ein Koordinatensystem eintragen können und daraus ablesen können
- Achsenspiegelungen und Verschiebungen durchführen können (Umgang mit Zirkel und Lineal)
- Kreise mit vorgegebenem Radius zeichnen können, den Begriff Durchmesser kennen
- Winkel messen und zeichnen können
- Quader und Würfel: Eigenschaften, Netze und Oberfläche kennen
- Körper: Prisma, Pyramide, Zylinder, Kegel und Kugel kennen
- Punkt- und Drehsymmetrische Figuren bestimmen können
- Drehung einer Figur um M, um einen Winkel der Größe α mit Zirkel und Geodreieck konstruieren können

7) Die S. sollen

- Längen; Gewichte; Zeitspannen in Sachaufgaben berechnen können
- Flächeninhalt und Umfang des Quadrats und des Rechtecks berechnen können
- Volumen und Oberflächeninhalt des Würfels und Quaders berechnen können
- vorgegebene Längen, Gewichte, Flächeninhalte und Volumina in anderen Einheiten angeben können.
- Netze und Schrägbilder von Quadern zeichnen können

Mindeststandards für die Klassenstufen 7/8

- 1) Die S. sollen
 - den „Dreisatz“,
 - die drei Grundrechenarten der Prozentrechnung,
 - Zinsrechnung beherrschen.

- 2) Die S. sollen
 - einfache Funktionsuntersuchungen am Beispiel der linearen Funktionen durchführen,
 - proportionale und antiproportionale Zuordnungen als Sonderfälle von Zuordnungen kennen und auf Probleme des alltäglichen Lebens anwenden können.

- 3) Die S. wissen um die Notwendigkeit der Zahlbereichserweiterung auf die rationalen Zahlen.

- 2) Die S. besitzen die algebraischen Grundfertigkeiten (Termumformungen, insbesondere die Anwendung binomischer Formeln), mit denen sie
 - Gleichungen/Ungleichungen mit einer Variablen,
 - Gleichungen mit Formvariablen (Fallunterscheidung) lösen können.Weiterhin sind die S. in der Lage, Aufgaben mit Alltagsbezug (Bewegungs-, Alters-, und Mischungsaufgaben) zu mathematisieren.

- 4) Die S.
 - können die Kongruenzabbildungen ausführen,
 - können exemplarisch eine Konstruktionsbeschreibung angeben,
 - kennen den Thalesatz,
 - wissen die Flächeninhaltsformeln für Vielecke
 - können die Mittelsenkrechte und die Winkelhalbierende konstruieren.

- 5) Die S. sind in der Lage, anhand geometrischer Grundprobleme mathematische Aussagen zu begründen (z.B. mit Hilfe der Kongruenzsätze, Winkelsätze,...).

- 6) Die S. kennen
 - die Grundbegriffe der beschreibenden Statistik und die verschiedenen Formen der graphischen Darstellung von statistischem Datenmaterial
 - den Begriff der Wahrscheinlichkeit und können diese für Laplace-Experimente berechnen.

- 7) Die S. kennen die Kreiszahl π und können
 - den Umfang und die Fläche eines Kreises
 - den Oberflächeninhalt und das Volumen eines Zylinders berechnen.

Mindeststandards für die Klassenstufen 9/10

- 1) Die S. sollen
 - die Lösungsmenge einer linearen Gleichung mit zwei Variablen und deren Veranschaulichung kennen (einschließlich Sonderfall $x = c$),
 - Systeme linearer Gleichungen mit den verschiedenen Verfahren lösen können.
- 2) Die S. sollen die Strahlensätze und den Ähnlichkeitssätze kennen.
- 3) Die S. sollen die Satzgruppe des Pythagoras kennen.
- 4) Die S. wissen um die Notwendigkeit der Zahlbereichserweiterung auf die reellen Zahlen.
- 5) Die S. sollen die Rechenregeln für Wurzeln kennen und Wurzelgleichungen lösen können.
- 6) Die S. sollen
 - die quadratischen Funktionen kennen,
 - die graphische Bedeutung der Scheitelpunktform kennen,
 - die Normalform in Scheitelpunktform umwandeln können (und umgekehrt)
 - quadratische Gleichungen lösen können.
- 7) Die S. sollen
 - Potenzen (einschließlich negativer und rationaler Exponenten) kennen und die Potenzregeln kennen und anwenden können,
 - Potenzfunktionen und ihre Eigenschaften kennen,
 - Potenzgleichungen lösen können.
- 8) Die S. sollen
 - Wachstumsvorgänge (lineare und exponentielle) durch Gleichungen beschreiben können,
 - kennen Graphen und Eigenschaften der Exponential- und Logarithmusfunktion,
 - können Exponentialgleichungen lösen.
- 9) Die S. sollen
 - mindestens eine Methode kennen, die Zahl π anzunähern,
 - Volumen und Oberfläche von Pyramide, Kegel und Kugel berechnen können.
- 10) Die S. sollen mehrstufige Zufallsexperimente in Baumdiagrammen darstellen und die Pfadregeln anwenden können.
- 11) Die S. sollen
 - die Seitenverhältnisse \sin , \cos , \tan in rechtwinkligen Dreiecken,
 - die allgemeinen trigonometrischen Funktionen auf \mathbb{R} kennen.
- 12) In folgenden Zusammenhängen wird besonderen Wert auf Beweise gelegt: Hauptähnlichkeitssatz; Satzgruppe des Pythagoras; Irrationalität z. B. von $\sqrt{10}$ und $\sqrt{2}$; Volumen und Oberfläche von Kegel und Kugel; Sinus- und Kosinussatz.